

Введение

Достижения в развитии технологий аддитивного производства позволяют проектировать и изготавливать сложные пористые структуры с контролируемой геометрией и заданными механическими свойствами на макро-, мезо- и микромасштабах [1-2]. Среди них выделяют материалы и конструкции на основе трижды периодических минимальных поверхностей (TPMS – triply periodic minimal surface), характеризующихся регулярно повторяющимися элементарными ячейками, представляющими собой поверхности с нулевой средней кривизной [3-4]. Трижды-периодические минимальные поверхности являются бесконечными, периодическими и не имеют пересечений в трехмерном евклидовом пространстве. Первым примером TPMS была минимальная поверхность Шварца, открытая в 1865 году [3]. Почти сто лет спустя Шоэн в работе [4] представил множество типов минимальных поверхностей. По сравнению с другими видами пористых структур TPMS обладают рядом преимуществ, т.к. их геометрия может быть точно выражена математическими функциями. Регулируя параметры функции, можно контролировать основные характеристики, такие как пористость или удельная площадь поверхности [5-8]. Кроме того, поверхности TPMS гладкие, без острых краев и стыков, в отличие от решетчатых структур, что позволяет избежать концентрации напряжений, вызванной резкими изменениями в геометрии. Благодаря таким свойствам, как пористость, высокие удельные показатели физико-механических характеристик, исключительная способность поглощать энергию и легкость к адаптации для разнообразных приложений, различные топологии таких структур находят все более широкое применение во многих отраслях промышленности для механического демпфирования, контроля вибрации, звукоизоляции, улучшения тепловых характеристик каналов охлаждения [9-11].

В последнее время активно разрабатываются различные инструменты проектирования, упрощающие построение геометрически сложных конструкций, см., например, [12-15]. Обычно создание первоначальной фасетной геометрии в программах для проектирования TPMS выполняется с помощью алгоритма триангуляции Делоне, который может приводить к образованию множества мельчайших фасет с острыми углами. Поэтому для получения качественной конечно-элементной сетки требуется проводить регуляризацию фасетной геометрии. Проектирование структур TPMS, соответствующих требованиям конкретных приложений, требует интеграцию геометрического моделирования, численного анализа и оптимизации топологии. Численный анализ играет решающую роль в этой системе особенно при оценке несущей способности и механического поведения конструкций. Цель данной работы заключается в конечно-элементном анализе влияния топологии и геометрических параметров на механическое поведение структур TPMS под действием сжимающей нагрузки и определении их жесткостной эффективности.

Постановка задачи и методы решения

Рассмотрим поверхности Шоэна IWP (Schoen I-graph Wrapped-Packages) и примитивы Шварца (Schwarz Primitives).

Уравнения этих трижды периодических минимальных поверхностей состоят из тригонометрических функций и определяются согласно табл. 1. Параметры α, β, γ – константы, связанные с размером единичной ячейки в направлении декартовых координат x, y, z соответственно, c – параметр, характеризующий толщину структуры. Меньшему значению параметра c соответствует меньшая толщина стенки элементарной ячейки.

На рис. 1 представлены этапы построения фасетной геометрии на примере поверхности Шоэна IWP. На первом этапе минимальные поверхности с выбранными геометрическими параметрами в виде stl-файлов импортируются в программное обеспечение SpaceClaim. В силу симметрии структуры достаточно построить 1/8 части элементарной ячейки. Из-за особенностей построения геометрии возникают участки «плохих» фасет с экстремально острыми углами, как показано стрелками на увеличенном изображении (рис. 1, а). Такие области необходимо изменить перед созданием конечно-элементной сетки для исключения возникновения концентрации напряжений. На рис. 1, б показана фасетная геометрия после этапа регуляризации. Отклонение поверхности на сетке размера 0,5 мм после регуляризации составляет 0,03 – 0,06 мм. Затем с помощью отражения в трех направлениях достраивается элементарная ячейка. На последнем этапе строится структура, образуемая копированием нескольких элементарных ячеек в трех направлениях.

Для численного анализа средствами пакета прикладных программ ANSYS построены конечно-элементные модели структур поверхностей IWP и примитивов Шварца, геометрические параметры которых приведены в табл. 2. Напряженно-деформированное состояние рассмотренных структур можно охарактеризовать на основе расчетов только элементарной ячейки. Однако, в данной работе использовались образцы, состоящие из нескольких ячеек, чтобы иметь возможность валидации численного анализа с результатами планируемых экспериментальных исследований.

На рис. 2 представлены конечно-элементные модели структур, составленных из элементарных ячеек поверхностей Шоэна IWP и примитивов Шварца, зажатых между двумя пластинами. Размер элементарной ячейки составляет $20 \times 20 \times 20 \text{ мм}^3$, параметр $\alpha = 20$ при минимальном параметре c . Толщина пластин 4 мм. Нижняя пластина зафиксирована. На верхнюю пластину действует распределенная сила в 96215 Н для поверхности Шоэна IWP и 28000 Н для примитивов Шварца, разбитая на 5 этапов нагружения. Для описания механического поведения структур выбрана модель упругого материала с параметрами, близкими к параметрам фотополимерной смолы, определенных экспериментально: модуль Юнга $E = 1943 \text{ МПа}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,43$, плотность $\rho = 1,184 \text{ г/см}^3$.

Поверхность Шоэна IWP	$2\left(\cos\frac{2\pi x}{\alpha} \cdot \cos\frac{2\pi y}{\beta} + \cos\frac{2\pi y}{\beta} \cdot \cos\frac{2\pi z}{\gamma} + \cos\frac{2\pi x}{\alpha} \cdot \cos\frac{2\pi z}{\gamma} - \left(\cos\frac{4\pi x}{\alpha} + \cos\frac{4\pi y}{\beta} + \cos\frac{4\pi z}{\gamma}\right)\right) = c$
Примитив Шварца	$\cos\frac{2\pi x}{\alpha} + \cos\frac{2\pi y}{\beta} + \cos\frac{2\pi z}{\gamma} = c$

Таблица: 1

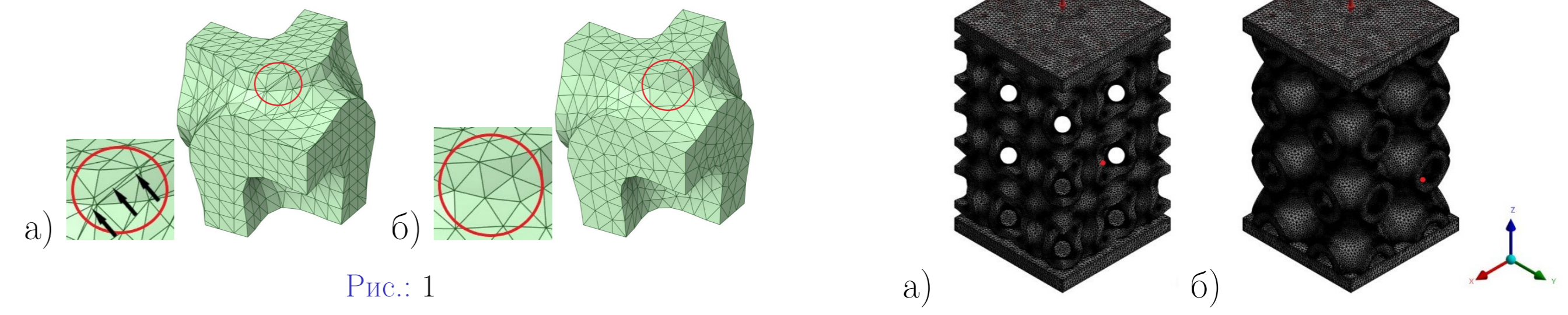


Рис.: 1

Рис.: 2

Параметр $\alpha = \beta = \gamma$	Тип структуры	Размер ячейки, мм ³	Число ячеек	IWP		Примитив	
				Параметр c	Объем, мм ³	Параметр c	Объем, мм ³
10		$10 \times 10 \times 10$	$4 \times 4 \times 6$	1,6	41486	0,5	27459
				1,8	47430	0,6	33417
				2,0	53409	0,7	39099
20		$20 \times 20 \times 20$	$2 \times 2 \times 3$	1,6	41258	0,5	27463
				1,8	46720	0,6	33068
				2,0	52310	0,7	38659

Таблица: 2

Результаты и обсуждение

На рис. 3 приведены результаты расчетов для структур TPMS, основанных на поверхности Шоэна IWP при $\alpha = 20, c = 1,6$ (верхний ряд) и примитиве Шварца (нижний ряд) при $\alpha = 20, c = 0,5$, которые отражают общий характер деформирования для соответствующего типа структуры. Представлены поля деформаций рассмотренных структур по оси приложения нагрузки (рис. 3, а, г) и перпендикулярного к нему направления (рис. 3, б, д). Представлены центральные части при перемещении верхней пластины на 3 мм. Для обоих типов структур TPMS максимальные растягивающие деформации возникают на краях отверстий. При этом их наибольшие значения наблюдаются для структуры на основе примитива Шварца. Максимальные деформации сжатия действуют на горизонтальных стенках элементарной ячейки структуры поверхности Шоэна за счет возникновения изгиба. Также повышенный уровень сжимающих деформаций для всех типов структур достигается на границах между элементарными ячейками в местах с наименьшей площадью сечения.

На рис. 3, в, е изображено распределение эквивалентных напряжений Мизеса для рассмотренных структур. Для структуры Шоэна их максимальные значения достигаются в местах примыкания горизонтальных стенок к внутренней области элементарной ячейки. Для примитивов Шварца максимальные напряжения действуют на границах отверстий. Более высокие значения напряжений, характерные для структуры Шоэна, свидетельствуют о ее большей жесткости по сравнению со структурой Шварца.

На рис. 4 представлены зависимости вертикального перемещения контрольной точки от приложенной нагрузки для различных вариаций параметров структур Шоэна IWP и примитивов Шварца (табл. 2) под действием сжимающей нагрузки вдоль оси Z. Контрольные точки расположены в центре внутренней границы вертикальной стенки элементарной ячейки (рис. 2). Согласно полученным результатам, среди структур Шоэна IWP образец с параметрами $\alpha = 10, c = 2,0$ является наиболее жестким, а образец с параметрами $\alpha = 20, c = 1,6$ – наиболее податливым. Это говорит о том, что наибольший вклад в жесткостные характеристики для образцов с одним и тем же размером элементарной ячейки вносит параметр c , характеризующий толщину стенки. Среди структур, составленных из примитивов Шварца, образец с наибольшими значениями геометрических параметров ячейки ($\alpha = 20, c = 0,7$) обладает наибольшей жесткостью, а образец с наименьшими значениями этих параметров ($\alpha = 10, c = 0,5$) – наибольшей податливостью. В отличие от структур Шоэна, увеличение размера элементарной ячейки ведет к увеличению жесткости образца.

Для оценки эффективности различных структур с вариацией параметров можно ввести ко-эффект, характеризующий удельную жесткость структуры, который определяется как отношение силы к произведению перемещения и массы структуры (рис. 5). Согласно полученным результатам, максимальное значение коэффициента жесткостной эффективности достигается для структуры Шоэна IWP при $\alpha = 10, c = 2,0$. Отметим, что значение этого показателя для наиболее жесткого примитива Шварца практически совпадает с наиболее податливой структурой на основе поверхности Шоэна.

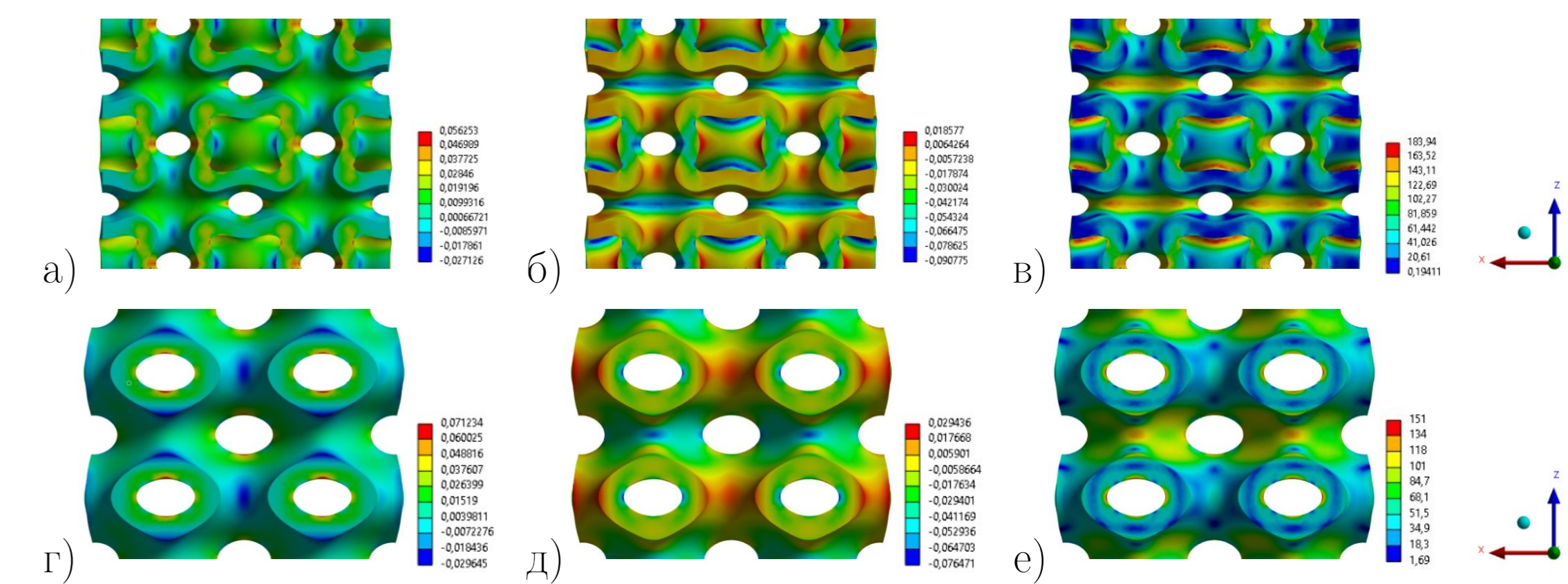


Рис.: 3

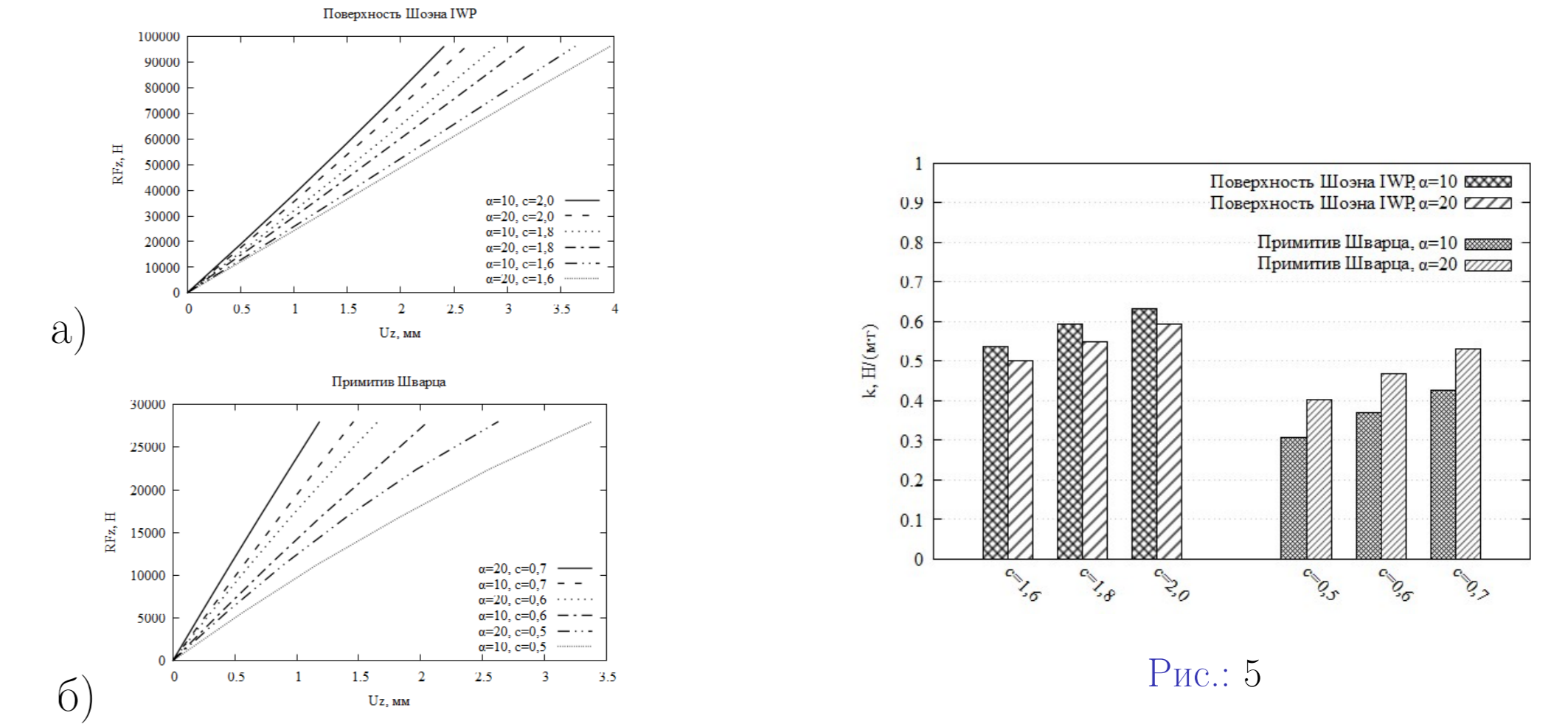


Рис.: 4

Рис.: 5

Заключение

Результаты численного моделирования минимальных трижды периодических поверхностей свидетельствуют о выраженной зависимости их жесткости при сжатии от типа, геометрических параметров и размера элементарной ячейки. С уменьшением размера элементарной ячейки структура на основе поверхностей Шоэна IWP становится более жесткой, тогда как для примитивов Шварца жесткость находится в прямой зависимости от размера элементарной ячейки. При этом структуры IWP являются более жесткими на единицу массы, по сравнению с примитивами Шварца. Результаты численного моделирования могут быть использованы для принятия решения о выборе конфигурации структуры TPMS, соответствующей заданным механическим характеристикам.

Литература

- Feng J., Fu J., Yao Xi., He Yo. Triply periodic minimal surface (TPMS) porous structures from multiscale design, precise additive manufacturing to multidisciplinary applications // Int. J. Extreme Manuf. – 2022. – V. 4. – P. 022001. DOI: 10.1088/2631-7990/ac5be6.
- Gado M.G., Al-ketan O., Aziz M., Al-Rub R.A., Ookawara Sh. Triply Periodic Minimal surface Structures: Design, Fabrication, 3D Printing Techniques, State-of-the-art Studies, and Prospective Thermal Applications for Efficient Energy Utilization // Energy Technology. – 2024. – 2301287. DOI: 10.1002/ente.202301287.
- Schwarz, H.A. Gesammelte Mathematische Abhandlungen. – Berlin / Heidelberg: Springer, 1890. – 358 p.
- Schoen A. H. Infinite Periodic Minimal Surfaces without Self-Intersections. – Washington, DC: NASA, 1970. – 92 p.
- Jones A., Leary M., Bateman S., Easton M. Investigating mechanical properties of additively manufactured multimaterial gyroids: The effect of proportion, scale and shape // Additive Manufacturing. – 2023. – V. 76. P. 103784. DOI: 10.1016/j.addma.2023.103784.
- Ramirez E.A., Bérand N., Pourroy F., Villeneuve F., Museau M. Design Parameters effects on relative density of triply periodic minimal surfaces for additive manufacturing // Procedia CIRP. – 2021. V. 100. – P. 13–18. DOI: 10.1016/j.procir.2021.05.002.
- Jones A., Leary M., Bateman S., Easton M. Parametric design and evaluation of TPMS-like cellular solids // Materials & Design. – 2022. – V. 221. – P. 110908. DOI: 10.1016/j.matdes.2022.110908.
- Jones A., Leary M., Bateman S., Easton M. A review of Recent Investigations on Flow and Heat Transfer Enhancement in Cooling Channels Embedded with Triply Periodic Minimal Surfaces (TPMS) // Software Impacts. – 2021. – V. 10. P. 100167. DOI: 10.3390/en15238994.
- Еремин А. В., Зинина С. А., Джонсон О. О. Исследование теплопереноса в пористом материале на основе трижды периодических поверхностей минимальной энергии // Вестник Югорского государственного университета. – 2023. – Т. 68, вып. 1. С. 60–66. DOI: 10.18822/byusu20230160-66.
- Wang E., Yao R., Li Q., Hu X., Sun G. Lightweight metallic cellular materials: A systematic review on mechanical characteristics and engineering applications // International Journal of Mechanical Sciences. – 2024. V. 270. P. 108795. DOI: 10.1016/j.ijmesci.2023.108795.
- Dadashi A., Rahimi G. A comprehensive investigation of the lattice structure mechanical properties based on Schwarz Primitive triply periodic minimal surface: Elastic modulus, yield strength, and maximum bearing force in the elastic region // International Journal of Solids and Structures. – 2024. – V. 295. – P. 112776. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2024.112776.
- Hsieh M.-T., Valdevit L. Minisurf – A minimal surface generator for finite element modeling and additive manufacturing // Software Impacts. – 2020. – V. 6. – P. 100026. DOI: doi.org/10.1016/j.simpa.2020.100026.
- Jones A., Leary M., Bateman S., Easton M. TPMS Designer: A tool for generating and analyzing triply periodic minimal surfaces // Software Impacts. – 2021. – V. 10. – P. 100167. DOI: 10.1016/j.simpa.2021.100167.
- Alketan O., Abu Al-Rub R. MSLattice: A free software for generating uniform and graded lattices based on triply periodic minimal surfaces // Material Design & Processing Communications. 2020. – V. 3. DOI: 10.1002/mdp2.205.
- Raju S.K.K., Onkar P.S. Lattice_Karak: Lattice structure generator for tissue engineering, lightweighting and heat exchanger applications // Software Impacts. – 2022. – V. 14. – P. 100425. DOI: 10.1016/j.simpa.2022.100425.